



SCIENCES SUP

*Rappels de cours, exercices et problèmes corrigés*

**Licence 3 • Master • CAPES • Agrégation**

# THÉORIE DES GROUPES

2<sup>e</sup> édition

*Jean Delcourt*

---

DUNOD

# Table des matières

CHAPITRE 1 • <b>GROUPES – GROUPES CYCLIQUES</b>	1
1.1 Groupes, sous-groupes, ordre	1
1.2 Morphismes, sous-groupes normaux, groupes quotients	13
1.3 Problèmes	20
CHAPITRE 2 • <b>EXEMPLES DE GROUPES</b>	25
2.1 Groupes produits	25
2.2 Groupes libres, générateurs et relations	33
2.3 Quelques groupes finis	40
2.4 Groupes de permutations	46
2.5 Problèmes	56
CHAPITRE 3 • <b>ACTIONS DE GROUPES - GROUPES DE SYLOW</b>	59
3.1 Action d'un groupe sur un ensemble	59
3.2 Les théorèmes de Sylow	71
3.3 Produits semi-directs	85
3.4 D'autres groupes finis	97
3.5 Problèmes	106

CHAPITRE 4 • <b>GROUPES COMMUTATIFS</b>	111
4.1 Groupes commutatifs finis	111
4.2 Groupes commutatifs de type fini	121
4.3 Groupes divisibles	128
4.4 Problèmes	132
CHAPITRE 5 • <b>GRUPE DÉRIVÉ, GROUPES NILPOTENTS, GROUPES RÉSOUBLES</b>	135
5.1 Centre, groupe dérivé	135
5.2 Résolution de groupes	146
5.3 Groupes nilpotents, groupes résolubles	151
CHAPITRE 6 • <b>PROBLÈMES SUPPLÉMENTAIRES</b>	159
6.1 Les produits en couronne	159
6.2 Groupes polyédraux et binaires polyédraux	162
6.3 Transitivité, blocs, groupes primitifs	165
6.4 Sur les sous-groupes	167
6.5 Des groupes d'ordre 12	168
6.6 Un groupe d'ordre 168	168
6.7 Sous-groupes maximaux	169
<b>SOLUTIONS DES PROBLÈMES</b>	170
1.3.1 Sous-groupes caractéristiques, centre	170
1.3.2 Le groupe modulaire $\mathcal{M}$	171
2.5.1 Les sous-groupes d'un produit	174
2.5.2 Les groupes de Prüfer	175
3.5.1 Les groupes $\mathbf{GL}(n, \mathbb{K})$ , $\mathbf{PGL}(n, \mathbb{K})$ , $\mathbf{SL}(n, \mathbb{K})$ , $\mathbf{PSL}(n, \mathbb{K})$	177
3.5.2 Produits semi-directs en géométrie	181
4.4.1 Groupes commutatifs définis par générateurs	186
6.1 Les produits en couronne	189
6.2 Groupes polyédraux et binaires polyédraux	193
6.3 Transitivité, blocs, groupes primitifs	203
6.4 Sur les sous-groupes	207
6.5 Des groupes d'ordre 12	208
6.6 Un groupe d'ordre 168	211
6.7 Sous-groupes maximaux	212

---

<b>ANNEXES</b>	215
I Table des notations	215
II Description des groupes ayant moins de 30 éléments	216
III Lexique	219
<b>BIBLIOGRAPHIE</b>	220
<b>ADRESSES INTERNET</b>	222
<b>INDEX</b>	223