

Bien débiter en mathématiques

L2, L3

Classes préparatoires

Problèmes de Mathématiques

Corrigés et commentés

3 - Algèbre linéaire et euclidienne

Gilbert Monna

Avec la participation de
Rémi Morvan

Cepaduès
- éditions -

Table des matières

1	Algèbre linéaire	7
1.1	Rappels de cours	8
1.1.1	Espace vectoriel, sous-espace vectoriel	8
1.1.2	Somme de sous-espaces vectoriels	9
1.1.3	Famille libre, liée, génératrice, base, dimension	9
1.1.4	Application linéaire	10
1.1.5	Matrices	11
1.2	Un sous-ensemble de $L(\mathbb{R}^2)$	14
1.2.1	Problème	14
1.2.2	Solution	15
1.3	Endomorphismes nilpotents	19
1.3.1	Problème	19
1.3.2	Solution	22
1.4	Suspensions de sous-groupes du groupe linéaire	27
1.4.1	Problème	27
1.4.2	Solution	30
1.5	Idéaux des espaces de matrices	40
1.5.1	Problème	40
1.5.2	Solution	45
2	Réduction des Endomorphismes	55
2.1	Rappels de cours	56
2.1.1	Valeur propre, vecteur propre d'un endomorphisme	56
2.1.2	Valeur propre, vecteur propre d'une matrice carrée	57
2.1.3	Endomorphismes et matrices diagonalisables	58
2.1.4	Quelques rappels plus spécifiques	60
2.2	Suites récurrentes linéaires	62
2.2.1	Problème	62
2.2.2	Solution	64
2.3	Diagonalisation de matrices tridiagonales	74
2.3.1	Problème	74
2.3.2	Solution	76
2.4	Sous-espaces vectoriels stables	81

2.4.1	Problème	81
2.4.2	Solution	87
3	Espaces Vectoriels Euclidiens	103
3.1	Rappels de cours	104
3.1.1	Produit scalaire, norme	104
3.1.2	Orthogonalité	105
3.1.3	Orientation d'un espace vectoriel	107
3.1.4	Groupe orthogonal, groupe spécial orthogonal	108
3.1.5	Rotation de $\mathbb{R}^3$	109
3.1.6	Endomorphisme symétrique, réduction, matrice symétrique	109
3.1.7	Forme quadratique	110
3.2	Distance d'un vecteur à un sous-espace	111
3.2.1	Problème	111
3.2.2	Solution	113
3.3	Produits vectoriels	120
3.3.1	Problème	120
3.3.2	Solution	123
3.4	Rotations et ellipsoïdes de $\mathbb{R}^3$	135
3.4.1	Problème	135
3.4.2	Solution	139