

# Bien Maîtriser les Mathématiques

Daniel Sondaz

*Avec la participation de*  
Rémi Morvan

## Introduction à la topologie

*Espaces topologiques,  
métriques, normés*

---

*L3, Masters, CAPES, Agrégation*

**Cépaduès**  
- éditions -



# Table des matières

<b>1</b>	<b>Prérequis</b>	<b>5</b>
1.1	Applications . . . . .	5
1.2	Familles . . . . .	6
1.2.1	Union, intersection, complémentaire . . . . .	6
1.2.2	Image d'une famille de parties . . . . .	7
1.2.3	Image réciproque d'une famille de parties . . . . .	7
1.2.4	Produit d'une famille de parties . . . . .	8
<b>2</b>	<b>Espaces Topologiques</b>	<b>11</b>
2.1	Rappels de cours . . . . .	11
2.1.1	Notion de topologie . . . . .	11
2.1.2	Finesse comparée de deux topologies . . . . .	12
2.1.3	Base d'une topologie . . . . .	12
2.1.4	Voisinage . . . . .	13
2.1.5	Partie fermée . . . . .	14
2.1.6	Intérieur, adhérence, frontière . . . . .	14
2.1.7	Séparation . . . . .	15
2.1.8	Densité . . . . .	16
2.1.9	Topologie induite sur une partie . . . . .	16
2.1.10	Produit d'espaces topologiques . . . . .	17
2.1.11	Suites dans un espace topologique . . . . .	17
2.2	Exercices . . . . .	18
2.2.1	Espaces topologiques . . . . .	18
2.2.2	Ouverts, fermés, intérieur, adhérence,.. . . . .	26
2.2.3	Topologie induite . . . . .	40
2.2.4	Bases de topologie . . . . .	45
2.2.5	Finesse comparée de topologies . . . . .	48
2.2.6	Produit d'espaces topologiques . . . . .	57
<b>3</b>	<b>Espaces Métriques</b>	<b>61</b>
3.1	Rappels de cours . . . . .	61
3.1.1	Métrie . . . . .	61
3.1.2	Boules . . . . .	62

3.1.3	Topologie d'un espace métrique . . . . .	63
3.1.4	Isométrie . . . . .	64
3.1.5	Suites dans un espace métrique . . . . .	64
3.2	Exercices . . . . .	66
3.2.1	Métriques . . . . .	66
3.2.2	Ouverts, fermés, boules . . . . .	95
<b>4</b>	<b>Espaces Vectoriels Normés</b>	<b>129</b>
4.1	Rappels de cours . . . . .	129
4.1.1	Norme . . . . .	129
4.1.2	Métrique associée à une norme . . . . .	131
4.1.3	Normes équivalentes . . . . .	131
4.2	Exercices . . . . .	132
4.2.1	Normes . . . . .	132
4.2.2	Ouverts, fermés, boules . . . . .	149