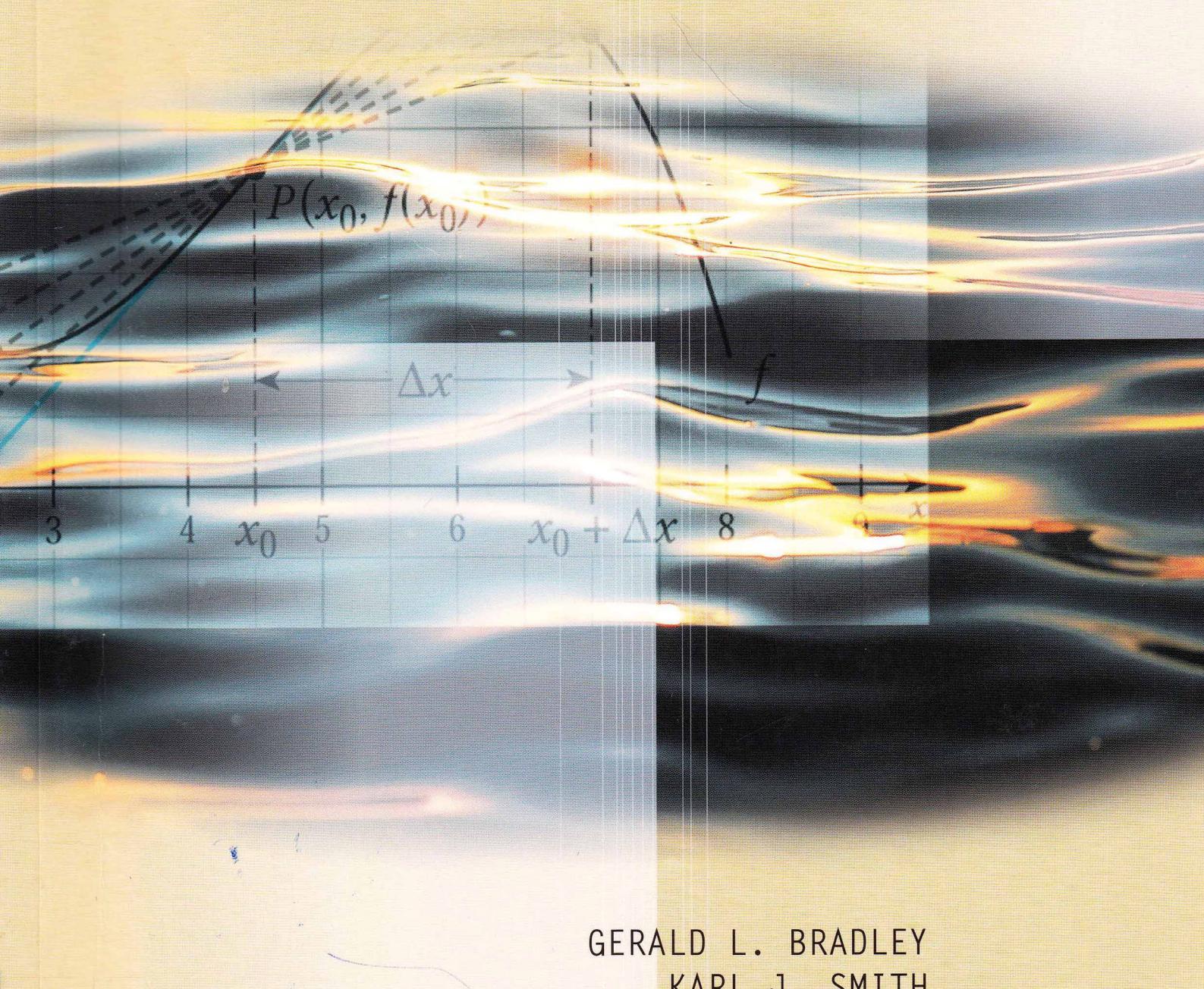


# CALCUL DIFFÉRENTIEL



GERALD L. BRADLEY  
KARL J. SMITH  
ARIEL FRANCO  
BERNARD MARCHETERRE

Découvrez de nouveaux exercices  
supplémentaires à l'adresse :

[www.erpi.com/bradley\\_cv](http://www.erpi.com/bradley_cv)

**ERPI**

# Table des matières

Avant-propos .....	VII
--------------------	-----

## CHAPITRE 1

### Fonctions et graphes

<b>1.1</b>	<b>Notions préliminaires .....</b>	2
	Distance sur la droite des nombres réels .....	2
	Valeur absolue .....	2
	Équations comportant des valeurs absolues .....	4
	Inéquations comportant des valeurs absolues .....	5
	Distance dans le plan .....	7
	Formule du point milieu .....	7
	Problèmes 1.1 .....	8
<b>1.2</b>	<b>Fonctions .....</b>	8
	Définition d'une fonction .....	9
	Notation des fonctions .....	9
	Fonctions algébriques .....	11
	Fonctions trigonométriques .....	12
	Fonctions trigonométriques .....	12
	Résolution d'équations trigonométriques .....	12
	Domaine d'une fonction .....	14
	Composition de fonctions .....	15
	Fonctions définies par parties .....	18
	Problèmes 1.2 .....	18
<b>1.3</b>	<b>Droites dans le plan .....</b>	20
	Pente d'une droite .....	20
	Formes de l'équation d'une droite .....	22
	Droites parallèles et droites perpendiculaires .....	24
	Problèmes 1.3 .....	26
<b>1.4</b>	<b>Graphes de fonctions .....</b>	27
	Graphe d'une fonction .....	27
	Test de la droite verticale .....	28

	Points d'intersection avec les axes .....	28
	Symétrie.....	30
	Transformations de fonctions.....	32
	Problèmes 1.4 .....	34
<b>1.5</b>	<b>Fonctions réciproques .....</b>	<b>35</b>
	Fonctions réciproques .....	35
	Critères d'existence d'une fonction réciproque $f^{-1}$ .....	37
	Graphe de $f^{-1}$ .....	38
	Problèmes 1.5 .....	38
<b>1.6</b>	<b>Fonctions exponentielles et fonctions logarithmiques .....</b>	<b>39</b>
	Fonctions exponentielles .....	39
	Fonctions logarithmiques.....	42
	Base naturelle $e$ .....	44
	Logarithmes naturels .....	45
	Calcul de l'intérêt composé continu .....	47
	Problèmes 1.6 .....	49
<b>1.7</b>	<b>Fonctions trigonométriques inverses .....</b>	<b>51</b>
	Fonctions trigonométriques inverses .....	51
	Identités des fonctions trigonométriques inverses .....	53
	Problèmes 1.7 .....	55
	<b>Problèmes récapitulatifs .....</b>	<b>56</b>
	Contrôle des connaissances.....	56
	Problèmes supplémentaires .....	56

## CHAPITRE 2

## Limites et continuité

<b>2.1</b>	<b>Qu'est-ce que le calcul différentiel et intégral? .....</b>	<b>60</b>
	La limite: le paradoxe de Zénon .....	61
	La dérivée: le problème de la tangente.....	62
	L'intégrale: le problème de l'aire .....	63
	Problèmes 2.1 .....	64
<b>2.2</b>	<b>Limite d'une fonction .....</b>	<b>66</b>
	Définition intuitive de la limite.....	66
	Évaluation graphique des limites .....	67
	Évaluation des limites à l'aide de tableaux de valeurs .....	70
	Limites infinies .....	72
	Limites à l'infini .....	73
	Problèmes 2.2 .....	74

<b>2.3</b>	<b>Propriétés des limites . . . . .</b>	76
	Calcul des limites . . . . .	76
	Évaluation algébrique des limites	
	(formes indéterminées et cas particuliers) . . . . .	80
	Forme indéterminée $\frac{0}{0}$ . . . . .	80
	Formes indéterminées $\frac{\infty}{\infty}$ et $\infty - \infty$ . . . . .	81
	Cas particuliers . . . . .	82
	Deux limites trigonométriques particulières . . . . .	83
	Limites des fonctions définies par parties . . . . .	85
	Problèmes 2.3 . . . . .	86
<b>2.4</b>	<b>Continuité . . . . .</b>	87
	Définition intuitive de la continuité . . . . .	87
	Définition formelle de la continuité . . . . .	88
	Continuité sur un intervalle . . . . .	90
	Théorème de la valeur intermédiaire . . . . .	93
	Problèmes 2.4 . . . . .	94
	<b>Problèmes récapitulatifs . . . . .</b>	96
	Contrôle des connaissances . . . . .	96
	Problèmes supplémentaires . . . . .	96
	<b>Collaboration spéciale: « L'invention du calcul différentiel et intégral était inévitable », par John Troutman . . . . .</b>	98

## CHAPITRE 3

### La dérivée

<b>3.1</b>	<b>Présentation de la dérivée: pente d'une tangente . . . . .</b>	102
	Droites tangentes . . . . .	102
	Pente d'une tangente . . . . .	102
	Dérivée . . . . .	105
	Existence des dérivées . . . . .	107
	Continuité et dérivabilité . . . . .	109
	Notation de la dérivée . . . . .	110
	Problèmes 3.1 . . . . .	111
<b>3.2</b>	<b>Techniques de dérivation et dérivées des fonctions algébriques . . . . .</b>	112
	Dérivée d'une fonction constante . . . . .	112
	Dérivée d'une fonction de puissance . . . . .	112
	Règles de dérivation . . . . .	114
	Dérivées successives . . . . .	119
	Problèmes 3.2 . . . . .	120

<b>3.3</b>	<b>Dérivées des fonctions trigonométriques, exponentielles et logarithmiques</b> . . . . .	121
	Dérivées des fonctions sinus et cosinus . . . . .	121
	Dérivées des autres fonctions trigonométriques . . . . .	123
	Dérivées des fonctions exponentielles et logarithmiques . . . . .	126
	Problèmes 3.3 . . . . .	128
<b>3.4</b>	<b>Règle de dérivation en chaîne</b> . . . . .	129
	Présentation de la règle de dérivation en chaîne . . . . .	129
	Formules de dérivation généralisées . . . . .	132
	Problèmes 3.4 . . . . .	135
<b>3.5</b>	<b>Dérivation implicite</b> . . . . .	136
	Méthode générale de dérivation implicite . . . . .	136
	Formules de dérivation des fonctions trigonométriques inverses . . . . .	141
	Formules de dérivation des fonctions exponentielle et logarithmique de base $b$ . . . . .	142
	Dérivation logarithmique . . . . .	143
	Problèmes 3.5 . . . . .	145
	<b>Problèmes récapitulatifs</b> . . . . .	147
	Contrôle des connaissances . . . . .	147
	Problèmes supplémentaires . . . . .	148

## CHAPITRE 4

## Applications de la dérivée

<b>4.1</b>	<b>Valeurs extrêmes d'une fonction continue</b> . . . . .	150
	Théorème des valeurs extrêmes . . . . .	150
	Extremums relatifs . . . . .	152
	Extremums absolus . . . . .	156
	Problèmes 4.1 . . . . .	159
<b>4.2</b>	<b>Test de la dérivée première</b> . . . . .	160
	Fonctions croissantes et fonctions décroissantes . . . . .	160
	Test de la dérivée première . . . . .	162
	Représentation graphique d'une fonction à l'aide de la dérivée première . . . . .	164
	Problèmes 4.2 . . . . .	169
<b>4.3</b>	<b>Concavité et test de la dérivée seconde</b> . . . . .	170
	Concavité . . . . .	171
	Points d'inflexion . . . . .	172

Représentation graphique d'une fonction à l'aide de la dérivée seconde .....	173
Test de la dérivée seconde pour les extrema relatifs .....	178
Problèmes 4.3 .....	180
<b>4.4 Graphes comportant des asymptotes .....</b>	<b>182</b>
Graphes comportant des asymptotes .....	182
Marche à suivre pour tracer le graphe d'une fonction .....	186
Problèmes 4.4 .....	188
<b>4.5 Optimisation .....</b>	<b>189</b>
Processus d'optimisation .....	189
Applications en physique .....	195
Application en biologie .....	197
Applications en économie .....	198
Problèmes 4.5 .....	201
<b>Problèmes récapitulatifs .....</b>	<b>205</b>
Contrôle des connaissances .....	205
Problèmes supplémentaires .....	206
<b>Projet de recherche en groupe: La capacité d'un tonneau de vin .....</b>	<b>208</b>

## CHAPITRE 5

## Autres applications de la dérivée

<b>5.1 Taux de variation .....</b>	<b>210</b>
Taux de variation (aperçu géométrique) .....	210
Taux de variation moyen et instantané .....	210
Mouvement rectiligne (modélisation physique) .....	212
Problème de la chute de corps .....	214
Taux de variation relatif .....	216
Problèmes 5.1 .....	218
<b>5.2 Taux de variation liés et applications .....</b>	<b>220</b>
Problèmes 5.2 .....	226
<b>5.3 Approximation linéaire et différentielles .....</b>	<b>229</b>
Approximation de la tangente .....	229
Différentielle .....	231
Calcul d'incertitude .....	232
Analyse marginale en économie .....	234

Méthode de Newton-Raphson pour le calcul approché des racines .....	236
Problèmes 5.3 .....	238
<b>Problèmes récapitulatifs .....</b> 240	
Contrôle des connaissances .....	240
Problèmes supplémentaires .....	241
<b>Projet de recherche en groupe : Le chaos .....</b> 242	
<b>Questions de révision .....</b> 243	
Annexe A — Règle de L'Hospital .....	247
Annexe B — Réponses aux problèmes .....	253
Index .....	275