

Léonard Todjihounde

Calcul différentiel

cours et exercices corrigés

3^e édition

Cépaduès
ÉDITIONS

Table des matières

Avant-propos	7
1 RAPPELS SUR LES ESPACES DE BANACH	9
Espaces vectoriels normés	9
Espaces de Banach	13
Produit fini d'espaces vectoriels normés	15
Exemples d'espaces de Banach	15
Applications linéaires continues	17
Convergence dans $\mathcal{L}(E, F)$	19
Composition d'applications linéaires continues	21
Isomorphismes d'espaces vectoriels normés	22
Normes équivalentes	25
Espaces vectoriels normés de dimension finie	26
Série d'exercices sur chapitre 1	29
2 APPLICATIONS DIFFERENTIABLES	39
Définition d'applications différentiables	39
Différentielles de quelques applications particulières	40
Etude dans quelques cas particuliers d'espaces	43
Dérivées directionnelles	45
Différentielles partielles	47
Cas des applications définies sur \mathbb{R}^n	49
Changement de variables	53
Série d'exercices sur le chapitre 2	54
3 THEOREME DES ACCROISSEMENTS FINIS	67
Théorème des accroissements finis	67

	Critère pratique de différentiabilité	72
	Différentielles et applications lipschitziennes	75
	Différentielles et point fixe	77
	Critère de convergence uniforme	79
4	INVERSIONS LOCALES ET FONCTIONS IMPLICITES	83
	Difféomorphismes de classe \mathcal{C}^1	83
	Théorème d'inversion locale	87
	Théorème d'inversion locale en dimension finie.	89
	Application au changement de variables	91
	Théorème des fonctions implicites	93
	Différentielle de l'application implicite	94
	Cas des applications de \mathbb{R}^{n+p} dans \mathbb{R}^p	94
	Série d'exercices sur les chapitres 3 et 4	97
5	THEOREMES DU RANG	121
	Rang d'une application	121
	Théorèmes du rang maximal	123
	Théorème du rang constant	126
	Série d'exercices sur le chapitre 5	131
6	DIFFERENTIELLES D'ORDRE SUPERIEUR	139
	Préliminaires	139
	Différentielles secondes	141
	Différentielles partielles secondes	144
	Cas d'une application définie sur $E = \mathbb{R}^n$	145
	Différentielles d'ordre n (avec $n > 2$)	146
	Symétrie des différentielles d'ordre supérieur	147
	Quelques exemples	149
	Propriétés des différentielles d'ordre supérieur	150
	Difféomorphismes de classe C^p	152
	Série d'exercices sur le chapitre 6	155

7	FONCTIONS CONVEXES DIFFERENTIABLES	159
	Définition et propriétés	159
	Fonctions convexes différentiables	161
8	INTEGRATION DES FONCTIONS REGLEES	167
	Fonctions en escalier	167
	Fonctions réglées	168
	Intégrales des fonctions réglées	168
	Primitive d'une fonction réglée	169
	Différentiation sous le signe d'intégration	171
	Série d'exercices sur le chapitre 8	172
9	FORMULES DE TAYLOR	179
	Théorèmes de Taylor	179
	Définitions complémentaires	184
	Série d'exercices sur le chapitre 9	187
10	EXTREMA RELATIFS D'UNE FONCTION	205
	Notions sur les formes quadratiques	205
	Minima et Maxima relatifs	207
	Extréma liés	213
	Série d'exercices sur le chapitre 10	221
11	SOUS-VARIETES DE \mathbb{R}^n	235
	Généralités	235
	Sous-variétés définies par des équations	238
	Paramétrages, cartes	241
	Espaces tangents	246
	Courbes et courbures	250
	Géodésiques et courbures des surfaces	254
	Série d'exercices sur chapitre 11	259
12	EQUATIONS DIFFERENTIELLES	275
	Rappels : Applications lipschitziennes	275
	Equations différentielles	276
	Intégrales premières	286

Equations différentielles linéaires	288
Résolvante	290
Série d'exercices sur chapitre 12	296
13 FORMES DIFFERENTIELLES	315
Applications multilinéaires alternées	315
Produit extérieur des applications alternées	315
Formes différentielles	318
Produit extérieur des formes différentielles	319
Différentiation extérieure des formes différentielles	322
Transposition des formes différentielles	328
Intégration des formes différentielles	329
Série d'exercices sur le chapitre 13	332