

SCIENCES SUP

Exercices & Problèmes

Licence

ALGÈBRE

- ▶ Rappels de cours
- ▶ Exercices et problèmes
avec corrigés détaillés
- ▶ Fiches de révision

Maurice Gaultier

DUNOD

Table des matières

Avant-propos	v
Chapitre 1 Théorie élémentaire des ensembles	1
Rappel de cours	1
1.1 Généralités	1
1.2 Opérations élémentaires	2
1.3 Application. Image directe. Image réciproque	4
1.4 Relations entre les éléments d'un ensemble	5
Énoncés des exercices et des problèmes	7
Corrigés des exercices et des problèmes	11
Fiche de révision	21
Chapitre 2 Structures algébriques	23
Rappel de cours	23
2.1 Lois de composition	23
2.2 Groupes, sous-groupes, groupes quotients	25
2.3 Anneaux, sous-anneaux. Idéaux	27
2.4 Corps	29
Énoncés des exercices et des problèmes	29
Corrigés des exercices et des problèmes	36
Fiche de révision	55
Chapitre 3 Polynômes à une indéterminée	58
Rappel de cours	58
3.1 Généralités	58
3.2 Division de deux polynômes	60

3.3	Le PGCD et le PPCM	61
3.4	Polynômes irréductibles	62
3.5	Réduction de polynômes	62
3.6	Fonctions symétriques des racines.....	64
3.7	Quelques résultats sur les polynômes à n indéterminées.....	64
	Énonces des exercices et des problèmes	65
	Corrigés des exercices et des problèmes	70
	Fiche de révision	102
Chapitre 4	Fractions rationnelles.....	104
	Rappel de cours	104
4.1	Généralités	104
4.2	Partie entière. Partie polaire. Partie principale.....	106
4.3	Décomposition dans $\mathbb{C}(X)$ et dans $\mathbb{R}(X)$	107
	Énonces des exercices et des problèmes	113
	Corrigés des exercices et des problèmes	116
	Fiche de révision	140
Chapitre 5	Généralités sur les espaces vectoriels	142
	Rappel de cours	142
5.1	Définitions générales	142
5.2	Homomorphismes d'espaces vectoriels	143
5.3	Espace vectoriel quotient	144
5.4	Sommes directes	145
5.5	Familles génératrices. Familles libres. Bases	146
	Énoncés des exercices et des problèmes	147
	Corrigés des exercices et des problèmes	151
	Fiche de révision	167

Chapitre 6	Espaces vectoriels de dimension finie	169
	Rappel de cours	169
6.1	Combinaison linéaire de vecteurs	169
6.2	Base et dimension	170
	Énoncés des exercices et des problèmes	171
	Corrigés des exercices et des problèmes	174
	Fiche de révision	191
Chapitre 7	Applications linéaires. Matrices	192
	Rappel de cours	192
7.1	Applications linéaires	192
7.2	Matrices	194
	Énoncés des exercices et des problèmes	201
	Corrigés des exercices et des problèmes	210
	Fiche de révision	257
Chapitre 8	Déterminants	259
	Rappel de cours	259
8.1	Permutations, formes multilinéaires alternées	259
8.2	Propriétés et calcul des déterminants	262
8.3	Déterminants d'endomorphismes	265
	Énoncés des exercices et des problèmes	265
	Corrigés des exercices et des problèmes	270
	Fiche de révision	296
Chapitre 9	Systèmes d'équations linéaires	298
	Rappel de cours	298
9.1	Système de Cramer	298
9.2	Systèmes de n équations à p inconnues	301

Énonces des exercices et des problèmes	304
Corrigés des exercices et des problèmes	309
Fiche de Révision	340
Chapitre 10 Réduction des matrices carrées	342
Rappel de cours	342
10.1 Valeurs propres et vecteurs propres	342
10.2 Trigonalisation. Diagonalisation	344
10.3 Polynômes d'endomorphismes	346
10.4 Réduction de Jordan	347
Énonces des exercices et des problèmes	349
Corrigés des exercices et des problèmes	356
Fiche de révision	403
Chapitre 11 Formes bilinéaires, quadratiques et hermitiennes	406
Rappel de cours	406
11.1 Formes bilinéaires	406
11.2 Formes quadratiques	407
11.3 Formes hermitiennes	411
Énoncés des exercices et des problèmes	414
Corrigés des exercices et des problèmes	418
Fiche de révision	440
Index	444