



UNIVERSITÉS
MATHÉMATIQUES
APPLIQUÉES

*Initiation
à la programmation
linéaire
et à l'algorithme
du simplexe*

Claude BREZINSKI

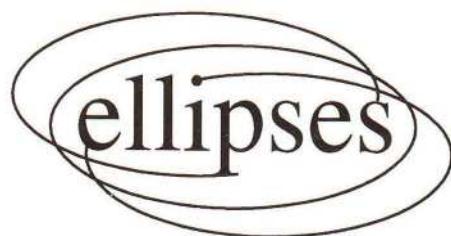


TABLE DES MATIÈRES

| | |
|---|-----------|
| 1 Présentation générale | 1 |
| 2 Introduction à la programmation linéaire | 3 |
| 2.1 Vocabulaire et premiers résultats | 3 |
| 2.2 La modélisation | 8 |
| 2.2.1 Exemple 1 | 8 |
| 2.2.2 Exemple 2 | 9 |
| 2.2.3 Exemple 3 | 10 |
| 2.2.4 Exemple 4 | 12 |
| 2.2.5 Exemple 5 | 13 |
| 2.2.6 Exemple 6 | 14 |
| 2.2.7 Exercice | 15 |
| 3 Solution graphique et algorithme du simplexe | 17 |
| 3.1 Solution graphique | 17 |
| 3.2 Le tableau du simplexe | 20 |
| 3.3 L'algorithme du simplexe | 21 |
| 3.4 Exemples | 24 |
| 3.4.1 Exemple 1 | 24 |
| 3.4.2 Exemple 2 | 29 |
| 3.4.3 Exemple 3 | 30 |
| 3.4.4 Exemple 4 | 32 |
| 3.4.5 Exemple 5 | 33 |
| 3.4.6 Exercice | 34 |
| 3.5 Détermination du sommet initial | 34 |
| 3.5.1 Exemple 1 | 36 |
| 3.5.2 Exemple 2 | 38 |
| 3.5.3 Exercice 1 | 41 |
| 3.5.4 Exercice 2 | 41 |
| 4 Présentation théorique de l'algorithme du simplexe | 43 |
| 4.1 Formalisation de l'algorithme du simplexe | 43 |
| 4.2 Définitions, notations et résultats préliminaires | 45 |
| 4.3 Description de l'algorithme du simplexe | 48 |
| 4.4 Autres définitions et résultats | 48 |
| 4.5 Une étape de l'algorithme | 49 |
| 4.5.1 Passage d'un sommet au suivant | 49 |
| 4.5.2 Mise en œuvre | 51 |
| 4.5.3 Choix du sommet initial | 53 |

| | | |
|--------------|---|-----------|
| 4.5.4 | Disposition pratique | 53 |
| 4.6 | Exemples | 55 |
| 4.6.1 | Exemple 1 | 55 |
| 4.6.2 | Exemple 2 | 58 |
| 4.6.3 | Exemple 3 | 59 |
| 4.6.4 | Exemple 4 | 59 |
| 4.6.5 | Exemple 5 | 60 |
| 5 | La dualité | 63 |
| 5.1 | Programme primal, programme dual | 63 |
| 5.2 | Propriétés de la dualité | 65 |
| 5.2.1 | Le théorème de dualité | 68 |
| 5.2.2 | Les écarts complémentaires | 69 |
| 5.3 | Applications de la dualité | 70 |
| 5.3.1 | Variation de production | 70 |
| 5.3.2 | Jeu à deux joueurs | 71 |
| 6 | Exercices | 75 |
| 7 | Appendice | 77 |
| 7.1 | Résolution des systèmes linéaires | 77 |
| 7.1.1 | La méthode de Gauss | 79 |
| 7.1.2 | La méthode de Gauss–Jordan | 80 |
| 7.2 | Rappels d'algèbre matricielle | 81 |
| 7.3 | Complexité des calculs matriciels | 84 |
| 8 | Bibliographie sommaire | 87 |
| 8.1 | Commentaires | 87 |
| 8.2 | Bibliographie | 87 |
| Index | | 89 |