



UNIVERSITÉS

MATHÉMATIQUES
APPLIQUÉES

*Initiation
à la programmation
linéaire
et à l'algorithme
du simplexe*

Claude BREZINSKI



UNIVERSITÉS

TABLE DES MATIÈRES

1	Présentation générale	1
2	Introduction à la programmation linéaire	3
2.1	Vocabulaire et premiers résultats	3
2.2	La modélisation	8
2.2.1	Exemple 1	8
2.2.2	Exemple 2	9
2.2.3	Exemple 3	10
2.2.4	Exemple 4	12
2.2.5	Exemple 5	13
2.2.6	Exemple 6	14
2.2.7	Exercice	15
3	Solution graphique et algorithme du simplexe	17
3.1	Solution graphique	17
3.2	Le tableau du simplexe	20
3.3	L'algorithme du simplexe	21
3.4	Exemples	24
3.4.1	Exemple 1	24
3.4.2	Exemple 2	29
3.4.3	Exemple 3	30
3.4.4	Exemple 4	32
3.4.5	Exemple 5	33
3.4.6	Exercice	34
3.5	Détermination du sommet initial	34
3.5.1	Exemple 1	36
3.5.2	Exemple 2	38
3.5.3	Exercice 1	41
3.5.4	Exercice 2	41
4	Présentation théorique de l'algorithme du simplexe	43
4.1	Formalisation de l'algorithme du simplexe	43
4.2	Définitions, notations et résultats préliminaires	45
4.3	Description de l'algorithme du simplexe	48
4.4	Autres définitions et résultats	48
4.5	Une étape de l'algorithme	49
4.5.1	Passage d'un sommet au suivant	49
4.5.2	Mise en œuvre	51
4.5.3	Choix du sommet initial	53

4.5.4	Disposition pratique	53
4.6	Exemples	55
4.6.1	Exemple 1	55
4.6.2	Exemple 2	58
4.6.3	Exemple 3	59
4.6.4	Exemple 4	59
4.6.5	Exemple 5	60
5	La dualité	63
5.1	Programme primal, programme dual	63
5.2	Propriétés de la dualité	65
5.2.1	Le théorème de dualité	68
5.2.2	Les écarts complémentaires	69
5.3	Applications de la dualité	70
5.3.1	Variation de production	70
5.3.2	Jeu à deux joueurs	71
6	Exercices	75
7	Appendice	77
7.1	Résolution des systèmes linéaires	77
7.1.1	La méthode de Gauss	79
7.1.2	La méthode de Gauss–Jordan	80
7.2	Rappels d’algèbre matricielle	81
7.3	Complexité des calculs matriciels	84
8	Bibliographie sommaire	87
8.1	Commentaires	87
8.2	Bibliographie	87
	Index	89